Grandezze di alcune risorse markoviane

coda	M/M/1	M/M/m	M/M/∞	M/M/1/K
spazio di stato	$\mathbb{N}$	$\mathbb{N}$	$\mathbb{N}$	$\{0, 1, \cdots K\}$
condizioni di ergodicità	$\varrho = \frac{\lambda}{\mu} < 1$	$\varrho = \frac{\lambda}{m\mu} < 1$	$\forall \varrho = \frac{\lambda}{\mu}$	$\forall \varrho = \frac{\lambda}{\mu}$
tassi di nascita λ_i	$\lambda \ (\forall i)$	$\lambda \ (\forall i)$	$\lambda \ (\forall i)$	$\begin{cases} \lambda & (i < K) \\ 0 & (i \geq K) \end{cases}$
tassi di morte μ_i	$\mu \ (\forall i)$	$\begin{cases} i\,\mu & (i < m) \\ m\mu & (i \geq m) \end{cases}$	$i\,\mu \ (\forall i)$	$\mu \ (\forall i)$
tasso di ingresso $\lambda_{\text{ing}} = \sum_{i=0}^{\infty} \lambda_i \pi_i$	λ	λ	λ	$\lambda \frac{1-\varrho^K}{1-\varrho^{K+1}}$
tasso di abbandono $\lambda_{\text{abb}} = \lambda - \lambda_{\text{ing}}$	0	0	0	$\lambda \frac{\varrho^K (1-\varrho)}{1-\varrho^{K+1}}$
tasso di uscita (produttività) $\eta = \lambda_{\text{ing}}$	λ	λ	λ	$\lambda \frac{1-\varrho^K}{1-\varrho^{K+1}}$
probabilità di stato π_i	$(1-\varrho)\varrho^i \ (\forall i)$	(*)	$\frac{\varrho^i}{i!} e^{-\varrho} \ (\forall i)$	$\begin{cases} \varrho^i \frac{1-\varrho}{1-\varrho^{K+1}} & (i \leq K) \\ 0 & (i > K) \end{cases}$
fattore di utilizzo della risorsa $v = 1 - \pi_0$	ϱ	$1 - \pi_0$	$1 - e^{-\varrho}$	$\varrho \frac{1-\varrho^K}{1-\varrho^{K+1}}$
numero medio di utenti nella risorsa $\overline{x} = \sum_{i=0}^{\infty} i \pi_i$	$\frac{\varrho}{1-\varrho}$	$m\varrho + \frac{m^m \varrho^{m+1}}{m!(1-\varrho)^2} \pi_0$	ϱ	$\frac{\varrho(1-(K+1)\varrho^K + K\varrho^{K+1})}{(1-\varrho^{K+1})\ (1-\varrho)}$
tempo medio di attraversamento $\overline{\vartheta} = \overline{x}/\lambda_{ing}$	$\frac{1}{\mu\ (1-\varrho)}$	$\frac{\overline{x}}{\lambda}$	$\frac{1}{\mu}$	$\frac{(1-(K+1)\varrho^K + K\varrho^{K+1})}{\mu\ (1-\varrho^K)\ (1-\varrho)}$
numero medio di serventi occupati $\overline{x}_s$	ϱ	$m\varrho$	ϱ	$\varrho \frac{1-\varrho^K}{1-\varrho^{K+1}}$
tempo medio di servizio $\overline{\vartheta}_s = \frac{1}{\mu}$	$\frac{1}{\mu}$	$\frac{1}{\mu}$	$\frac{1}{\mu}$	$\frac{1}{\mu}$
fattore di utilizzo di un servente $\tilde{\varrho} = \frac{\overline{x}_s}{m}$	ϱ	ϱ	0	$\varrho \frac{1-\varrho^K}{1-\varrho^{K+1}}$
numero medio di utenti in coda $\overline{x}_c = \overline{\vartheta}_c \lambda_{\text{ing}}$	$\frac{\varrho^2}{1-\varrho}$	$\overline{x} - m\varrho$	0	$\frac{\varrho^2(1-K\varrho^{K-1} + (K-1)\varrho^K)}{(1-\varrho^{K+1})\ (1-\varrho)}$
tempo medio di attesa in coda $\overline{\vartheta}_c = \overline{\vartheta} - \overline{\vartheta}_s$	$\frac{\varrho}{\mu\ (1-\varrho)}$	$\frac{\overline{x}}{\lambda} - \frac{1}{\mu}$	0	$\frac{\varrho(1-K\varrho^{K-1} + (K-1)\varrho^K)}{\mu\ (1-\varrho^K)\ (1-\varrho)}$

(*) Le probabilità di stato a regime per la risorsa M/M/m valgono:

$$
\begin{cases}
\pi_0 = \dfrac{1}{\left(\displaystyle\sum_{i=0}^{m-1} \frac{m^i \varrho^i}{i!}\right) + \dfrac{m^m \varrho^m}{m!(1-\varrho)}} \\[2ex]
\pi_i = \dfrac{m^i \varrho^i}{i!} \pi_0 & (i < m) \\[2ex]
\pi_i = \dfrac{m^m}{m!} \varrho^i \pi_0 & (i \geq m)
\end{cases}
$$